



## НАЗВА КУРСУ

### Математичний аналіз. Частина 1.

### Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї дійсної змінної

#### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти **Перший (бакалаврський)**

|                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                                  |                                           |                   |         |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------|-------------------------------------------|-------------------|---------|
| Галузь знань                                      | F Інформаційні технології                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |        |                                  |                                           |                   |         |
| Спеціальність                                     | F3 Комп'ютерні науки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |        |                                  |                                           |                   |         |
| Освітня програма                                  | Технології візуальних обчислень                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                                  |                                           |                   |         |
| Статус дисципліни                                 | Нормативна                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |        |                                  |                                           |                   |         |
| Форма навчання                                    | очна(денна)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |        |                                  |                                           |                   |         |
| Рік підготовки,<br>семестр                        | 1 курс, осінній семестр                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        |                                  |                                           |                   |         |
| Обсяг дисципліни                                  | 150/ 5 кредитів                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                                  |                                           |                   |         |
|                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Лекції | Практич.<br>занят.<br>(семінари) | Лабор.<br>заняття<br>(комп'ют.<br>практ.) | Індив.<br>заняття | СРС     |
|                                                   | Години                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 44     | 30                               | 0                                         | 0                 | 76      |
| Семестровий<br>контроль/<br>контрольні заходи     | Екзамен                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Залік  | МКР                              | РР                                        | ДКР               | Реферат |
|                                                   | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | -      | 1                                | 1                                         | 0                 | 0       |
| Розклад занять                                    | <a href="http://rozklad.kpi.ua">http://rozklad.kpi.ua</a>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |        |                                  |                                           |                   |         |
| Мова викладання                                   | Українська                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |        |                                  |                                           |                   |         |
| Інформація про<br>керівника курсу /<br>викладачів | <p>Лектор: <i>Єрьоміна Тетяна Олександрівна</i>, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат.наук <a href="mailto:ierominat@ukr.net">ierominat@ukr.net</a>, <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3</a>, <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications</a><br/>ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-5765-9875">https://orcid.org/0000-0001-5765-9875</a></p> <p>Практичні: <i>Єрьоміна Тетяна Олександрівна</i>, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат.наук <a href="mailto:ierominat@ukr.net">ierominat@ukr.net</a>, <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3</a>, <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications</a><br/>ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-5765-9875">https://orcid.org/0000-0001-5765-9875</a></p> |        |                                  |                                           |                   |         |
| Розміщення курсу                                  | Визначається лектором відповідної частини курсу (посилання на дистанційний ресурс в Moodle, Google classroom, інформаційні ресурси в бібліотеці університету та на сайті кафедри, тощо) та доводиться до відома студентів на першому занятті                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |        |                                  |                                           |                   |         |

## 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

- Навчальна дисципліна належить до циклу **математичної та природничо-наукової підготовки**.
- Предмет навчальної дисципліни - методи диференціального і інтегрального числення та їх застосування до розв'язування абстрактних та прикладних задач.

Міждисциплінарні зв'язки. Загальний курс вищої математики є фундаментом освіти спеціаліста-інженера. Теми, які розглядаються в курсі "Математичний аналіз 1. Лінійна алгебра. Диференціальне числення", а також кількість годин, що плануються для викладання кожної з цих тем, нерозривно зв'язані з вимогами спеціальних та інших загальноосвітніх кафедр, що стосується специфіки їх дисциплін.

Багато уваги приділено диференціальному та інтегральному численням, без яких неможливо вивчати у вищому навчальному закладі такі дисципліни як фізика, теоретична механіка, нарисна геометрія та ін. Цей курс є базовим курсом для успішного оволодіння студентами спеціальних дисциплін.

**Метою** навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей використовувати методи математичного аналізу для оволодіння необхідним математичним апаратом, що допомагає аналізувати, моделювати та розв'язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

### *Програмні компетентності*

#### **Загальні компетентності (ЗК)**

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК 6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями

ЗК 11 Здатність приймати обґрунтовані рішення

#### **Фахові компетентності (ФК)**

ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування

#### **Програмні результати навчання (ПР)**

ПР 2 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

## 2. Пререквізити та пост реквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в першому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти

## 3. Зміст навчальної дисципліни

### 1. Вступ до математичного аналізу. Функція, її границя і неперервність

Дійсні числа. Взаємно однозначна відповідність між дійсними числами і точками числової прямої. Точкові множини. Нижня і верхня межі в обмеженій множині. Квантори. Абсолютна величина числа. Властивості абсолютних величин.

Функція, способи її задання. Обернена функція. Обернені тригонометричні функції. Складена функція. Класифікація функцій. Основні елементарні функції. Алгебраїчні функції. Границя послідовності і функції. Властивості границі функції. Нескінченно малі і нескінченно великі функції. Зв'язок між ними. Леми про нескінченно малі функції. Арифметичні операції над границями. Перехід до границі в нерівності. Теорема про границю проміжної функції. Існування границі монотонної обмеженої послідовності. Основні теореми про границі. Перша і друга визначні границі. Натуральні логарифми. Гіперболічні функції. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентні нескінченно малі функції.

Неперервність функції в точці, одностороння неперервність. Точки розриву, їх класифікація. Неperервність функції на інтервалі і на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неperервність складеної функції. Теореми Коші і Вейєрштрасса. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.

## *2. Диференціальне числення функції однієї змінної*

### *2.1. Похідна та її обчислення*

Задачі, які приводять до поняття похідної: обчислення швидкості, проведення дотичної. Означення похідної. Обчислення похідних від основних елементарних функцій. Формула для приросту функції.

Неперервність функції, яка має похідну. Правила обчислення похідних. Похідна оберненої функції. Похідні обернених тригонометричних функцій. Похідна складеної функції. Похідні гіперболічних функцій. Таблиця похідних. Логарифмічне диференціювання. Похідна показниково степеневої функції. Односторонні похідні. Приклад неперервної в точці функції, яка не має в цій точці похідної

Диференційовність функції. Диференціал функції. Інваріантність форми запису диференціала. Геометричний зміст диференціала. Диференціал суми, добутку і частки. Застосування диференціалів до наближених обчислень.

Диференціювання функцій, заданих параметрично. Неявна функція. Похідна неявно заданої функції. Похідні і диференціали вищих порядків.

Формула Лейбніца. Неінваріантність форми запису диференціала порядку вище першого. Похідні вищих порядків від неявно і параметрично заданих функцій.

Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопітала. Формула Тейлора. Розклад основних елементарних функцій за формулою Тейлора.

### *2.2. Застосування похідної до деяких задач геометрії та алгебри*

Рівняння дотичної і нормалі до кривої. Кривизна плоскої лінії. Обчислення кривизни. Радіус і круг кривизни. Еволюта і евольвента. Вектор-функція скалярного аргументу та її геометричне тлумачення. Границя і похідна вектор-функції. Правила диференціювання вектор-функції. Рівняння дотичної до просторової кривої та нормальної площини до неї. Наближене розв'язування рівнянь. Методи хорд і дотичних.

### *2.3. Дослідження функцій за допомогою похідних*

Умови сталості функції. Умови монотонності функції. Максимуми, мінімуми функції. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму, які встановлюються за допомогою першої та другої похідних. Найбільше і найменше значення неперервної функції на відрізку.

Опуклість і угнутість кривих. Точки перегину, необхідна і достатня умова перегину. Асимптоти. Дослідження функції і побудова її графіка.

#### 4. Література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: - Навчальний посібник - К.: А.С.К., 1993, 2001.
2. Вища математика: Збірник задач: Навчальний посібник. За редакцією В.П. Дубовика, І. І. Юрика. - К., А.С.К. 2001.
3. Збірник Збірник завдань з вищої математики. Частина 2. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. - К., Політехніка, 2003.
4. Вища математика. Вступ до математичного аналізу. Методичні вказівки [Електронний ресурс]: методичні вказівки для студентів спеціальностей 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», 143 «Атомна енергетика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: І. В. Веригіна, Т. О. Єрьоміна, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 861 Кбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 29 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41281>
5. Вища математика. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра / Н. Л. Денисенко, Т. О. Єрьоміна, В. В. Могильова. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,92 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 159 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/50361>

#### Додаткова література

1. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної. Збірник задач [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів інженерних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: М.Є. Дудкін, О.Ю. Дюженкова, І.В. Степахно. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 65 с. Гриф надано Методичною радою НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» (протокол № 8 від 24.06.2021р.) за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету (протокол № 5 від 26.05.2021р.)  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42207>
2. Вища математика. Практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник / О.Ю. Дюженкова, М.Є. Дудкін, І.В. Степахно; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 8,04 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 409 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/47504>
3. Дудкін М. Є. Вища математика [Електронний ресурс]: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахно; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 10,96 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51064>

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### 5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях подається теоретичний матеріал, наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. Кожна лекція у вигляді PDF-файлу та відео файлів розміщується в GooleClass, для легкого доступу кожному студенту до лекційного матеріалу. Для покращення засвоєння матеріалу (тобто мотивації студента працювати під час лекції) проводяться тести на основні поняття, щойно пройденого матеріалу. На практичних заняттях студенти закріплюють теоретичний та опрацьовують практичний матеріал, розв'язуючи задачі. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються домашні завдання, індивідуальні та самостійні роботи, розрахункова робота. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичні контрольні роботи, тести, експрес-контрольні, виконання та захист розрахункової роботи.

Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

### Перелік лекцій

| № з/п                                                           | Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Розділ 1. Вступ до математичного аналізу</b>                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Тема 1.1. Функція, її границя і неперервність</b>            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>1-2</b>                                                      | <b>Л-1-2.</b> Вступна лекція. Функції однієї змінної та їх властивості. Функція, способи її задання. Обернена функція. Обернені тригонометричні функції. Складена функція. Класифікація функцій. Числова послідовність. Окіл точки.                                                                                                  |
| <b>3-4</b>                                                      | <b>Л-3-4.</b> Границя числової послідовності, границя функції в точці (Гейне, Коші). Односторонні границі. Основні властивості границі функції. Нескінченно малі і нескінченно великі функції та зв'язок між ними. Теореми про нескінченно малі функції.                                                                             |
| <b>5-6</b>                                                      | <b>Л-5-6.</b> Арифметичні операції над границями. Перехід до границі в нерівності. Теорема про проміжну змінну, існування границі монотонної обмеженої послідовності.                                                                                                                                                                |
| <b>7-8</b>                                                      | <b>Л-7-8.</b> Перша і друга чудові границі. Число $e$ . Гіперболічні функції. Порівняння нескінченно малих функцій. Властивості еквівалентних нескінченно малих функцій.                                                                                                                                                             |
| <b>9-10</b>                                                     | <b>Л-9-10.</b> Неперервність функції в точці, одностороння неперервність функції в точці. Точки розриву, їх класифікація. Неперервність функцій на інтервалі і на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неперервність складної функції. Теореми Коші і Вейєрштрасса. Рівномірна неперервність, теорема Кантора. |
| <b>Розділ 2. Диференціальне числення функції однієї змінної</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Тема 2.1. Похідна та її обчислення</b>                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>11-12</b>                                                    | <b>Л-11-12.</b> Задачі, які приводять до поняття похідної. Означення похідної, механічний, фізичний та геометричний зміст похідної. Зв'язок між неперервністю та диференційовністю функції в точці. Односторонні похідні. Правила обчислення похідних. Похідні основних елементарних функцій.                                        |
| <b>13-15</b>                                                    | <b>Л-13-15.</b> Похідна оберненої функції. Похідна обернених тригонометричних функцій. Похідна складеної функції. Похідні гіперболічних функцій. Таблиця похідних. Похідна функції, заданої параметрично. Диференціювання неявно заданої функції. Похідна показниково-степеневі функції. Логарифмічне диференціювання.               |
| <b>16-17</b>                                                    | <b>Л-16-17.</b> Похідні вищих порядків. Механічний зміст похідної 2-го порядку. Похідні вищих порядків деяких основних елементарних функцій. Неявно заданої функції та функції заданої параметрично.                                                                                                                                 |

|                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 18-19                                                      | <b>Л-18-19.</b> Диференційовність функції. Диференціал функції. Зв'язок диференціала з похідною, геометричний зміст диференціалу. Правила обчислення диференціала. Інваріантність форми 1-го диференціала. Застосування диференціала до наближених обчислень. Диференціали вищих порядків. |
| 20                                                         | <b>Л-20.</b> Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа. Теорема Коші. Правило Лопіталя.                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Тема 2.3. Дослідження функцій за допомогою похідних</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 21-22                                                      | <b>Л-21-22.</b> Умови сталості функції. Умови монотонності функції. Локальний екстремум функції. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремума, які які встановлюються за допомогою 1-ої та 2-ої похідної. Найбільше і найменше значення функції неперервної на відрізьку.         |
|                                                            | Опуклість і угнутість кривих. Точки перегину, необхідна і достатня умова перегину. Асимптоти кривої. Дослідження функцій і побудова графіків.                                                                                                                                              |

### Перелік (орієнтовно) практичних занять

| № з/п                                                           | Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)                                             |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Розділ 1. Вступ до математичного аналізу</b>                 |                                                                                                                                                                           |
| <b>Тема 1.1. Функція, її границя і неперервність</b>            |                                                                                                                                                                           |
| 1                                                               | <b>П-1.</b> Комплексні числа в алгебраїчній, тригонометричній і показниковій формах, дії над ними. Формула Муавра. Добування кореня з комплексного числа. Формули Ейлера. |
| 2                                                               | <b>П-2.</b> Поняття функції. Область визначення і область значень. Обернена функція. Побудова графіків елементарних функцій.                                              |
| 3                                                               | <b>П-3.</b> Границя послідовності. Обчислення границь послідовностей. Границя функції. Обчислення границь функції.                                                        |
| 4-5                                                             | <b>П-4-5.</b> Обчислення границь функції з використанням 1-ї і 2-ї визначних границь.                                                                                     |
| 6-7                                                             | <b>П-6-7.</b> Еквівалентні нескінченно малі. Обчислення границь за допомогою еквівалентних нескінченно малих. Неперервність функції. Класифікація точок розриву функції.  |
| <b>Розділ 2. Диференціальне числення функції однієї змінної</b> |                                                                                                                                                                           |
| <b>Тема 2.1. Похідна та її обчислення</b>                       |                                                                                                                                                                           |
| 8                                                               | <b>П-8.</b> Обчислення похідних явно заданих функцій.                                                                                                                     |
| 8-9                                                             | <b>П-8-9.</b> Обчислення похідних функцій, заданих параметрично, неявно. Диференціал функції. Наближені обчислення за допомогою диференціалів.                            |
| 10-11                                                           | <b>П-10-11.</b> Похідні і диференціали вищих порядків. Правило Лопіталя.                                                                                                  |
| <b>Тема 2.3. Дослідження функцій за допомогою похідних</b>      |                                                                                                                                                                           |
| 12-13                                                           | <b>П-12-13.</b> Зростання і спадання функцій. Точки екстремума. Дослідження функцій на опуклість і угнутість. Точки перегину графіка функції.                             |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14 | <b>П-14.</b> Асимптоти. Побудова графіків функцій.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 15 | <b>П-15.</b> МКР-1 "Похідна."<br><i>Структура роботи:</i><br>1. Теоретичне питання.<br>2. Приклад на знаходження похідної першого порядку від явно заданої функції.<br>3. Приклад на знаходження похідної першого порядку від неявно заданої функції.<br>4. Приклад на знаходження похідної другого порядку від функції заданої параметрично.<br>5. Приклад на наближене обчислення за допомогою диференціала.<br>Приклад на складання рівняння дотичної і нормалі або на знаходження кута між кривими. |

**5.2. Технічне забезпечення:** Microsoft Office Word, Google Class, IDroo, Whiteboard, будь-яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

## 6. Самостійна робота студента

### 6.1. Самостійна робота:

| № з/п                                                                       | Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Розділ 1. Вступ до математичного аналізу</b>                             |                                                                                                         |
| <b>Тема 1.1. Функція, її границя і неперервність</b>                        |                                                                                                         |
| 1.                                                                          | <b>Л-3-4.</b> Основні елементарні функції (означення, властивості, графіки).                            |
| 2.                                                                          | <b>Л-7-8.</b> Перша чудова границя.                                                                     |
| <b>Розділ 2. Диференціальне числення функції однієї змінної</b>             |                                                                                                         |
| <b>Тема 2.1. Похідна та її обчислення</b>                                   |                                                                                                         |
| 3.                                                                          | <b>Л-20-21.</b> Доведення теореми Коші.                                                                 |
| 4.                                                                          | <b>Л-20-21.</b> Формула Тейлора.                                                                        |
| <b>Тема 2.2. Застосування похідної до деяких задач геометрії та алгебри</b> |                                                                                                         |
| 5                                                                           | <b>Л-22-24.</b> Геометричний зміст похідної від вектор-функції. Правило диференціювання вектор-функції. |

### 6.2. Індивідуальні завдання

Для якісного вивчення курсу вищої математики студенти повинні виконати розрахункову роботу (РР) „Вступ до математичного аналізу” .

Метою роботи є закріплення і перевірка знань методів обчислення границь функцій та послідовностей, дослідження функцій на неперервність, використання властивостей нескінченно малих.

**РР-1 по темі: „Вступ до математичного аналізу”:** Збірник завдань з вищої математики (типові розрахунки). Частина 1. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. – К.: ІВЦ „Політехніка”, 2003., ТР-2, стор. 39, №6, 7, 8 а), 8 б) ,10.

### 6.3. Контрольна робота. МКР-1 "Похідна"

Перевірити, як студенти засвоїли тему та визначити рівень їх навчальних досягнень. А саме: вміння використовувати різні методи знаходження похідних функцій та застосовувати їх до наближених обчислень та дослідження функцій.

#### Структура роботи:

1. Теоретичне питання.
2. Приклад на знаходження похідної першого порядку від явно заданої функції.
3. Приклад на знаходження похідної першого порядку від неявно заданої функції.
4. Приклад на знаходження похідної другого порядку від функції заданої параметрично.
5. Приклад на наближене обчислення за допомогою диференціала.
6. Приклад на складання рівняння дотичної і нормалі або на знаходження кута між кривими.

### Політика та контроль

#### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться онлайн згідно розкладу. Відвідування занять не є обов'язковим, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки робота протягом семестру в групі з викладачем є більш якісною, крім того студент може отримати відповідь у викладача на проблемні запитання під час заняття та розвинути потрібні уміння й навички, що передбачені в глобальному розумінні вивчення курсу «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне числення функцій однієї дійсної змінної», та є основною метою навчання в цілому. Якщо студент не відвідує заняття, але завдання виконує, викладач може провести усну співбесіду, щоб уникнути порушення академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3). Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Для покращення зв'язу студента та викладача всі лекційні матеріали (PDF – файли та відео-запис лекцій), розміщуються в GoogleClass.

#### Види контролю навчання студентів

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття (усній або тестовий формі), самостійні роботи, розрахункова робота, модульна контрольна робота.

**Календарний контроль:** проводиться двічі на семестр, як моніторинг поточного стану виконання студентом завдань з лекційної та практичної частин курсу на час атестації. Якщо по кожному з видів завдань виконано 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано».

**Семестровий контроль:** екзамен.

### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) складено:**

- *Єрьоміна Тетяна Олександрівна*, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук;
- *Поварова Олена Андріївна*, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук,
- *Степахно Ірина Василівна*, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук.

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 10 від 24.06.2026).

**Погоджено** Методичною комісією ІАТЕ (протокол № 9 від 26.06.2026.).

### **Додаток А**

#### **Теоретичні запитання, що виносяться на модульну контрольну роботу по темі "Похідна"**

1. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної, її механічний, фізичний, геометричний зміст. Рівняння дотичної та нормалі.
2. Диференційованість функції. Теорема про неперервність диференційовної функції.
3. Правила обчислення похідних: теорема про похідну суми, добутку, частки двох диференційовних функцій.
4. Обчислення похідних основних елементарних функцій.
5. Теорема про похідну складеної функції. Похідні гіперболічних функцій.
6. Теорема про похідну оберненої функції. Похідні обернених тригонометричних функцій.
7. Похідна складеної функції. Похідні гіперболічних функцій.
8. Похідна неявно заданої функції. Логарифмічне диференціювання. Похідна показниково-степеневих функцій.
9. Диференціал функції. Зв'язок диференціалу з похідною. Геометричний зміст диференціалу. Застосування диференціалу до наближених обчислень. Правила обчислення диференціалу.
10. Інваріантність форми першого диференціала. Обчислення похідної параметрично заданої функції.
11. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Неінваріантність форми диференціалу порядку вище першого.
12. Обчислення похідних вищих порядків функції, заданої параметрично. Формула другої похідної.
13. Теорема Ферма. Теорема Ролля і її геометрична інтерпретація.
14. Теорема Коші. Теорема Лагранжа, її геометрична інтерпретація.
15. Правило Лопітала.
16. Умови сталості функції. Теорема про необхідні умови монотонності функції. Теорема про достатні умови монотонності функції. Критичні точки. Проміжки монотонності.
17. Точки локального екстремуму функції. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізьку.
18. Максимуми і мінімуми. Необхідні умови екстремуму.
19. Достатні умови екстремуму, що встановлюються за допомогою першої і другої похідної.
20. Опуклість і вгнутість графіків функцій. Точки перегину. Теореми про достатню умову опуклості (вгнутості) функції та достатню умову існування точки перегину.
21. Теорема про неперервність складеної функції. Теорема про неперервність елементарних функцій.

### Приклад типового варіанту МКР

(рекомендована схема типового варіанту МКР, кількість завдань може відрізнятись)

| МКР-1      Варіант №1                                                                        | МКР-1      Варіант №2                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 Похідна логарифмічної та показникової функцій: сформулювати і вивести формули.<br>Знайти:  | 1 Похідні вищих порядків функцій, заданих параметрично. Вивести формулу для другої похідної.<br>Знайти:                                        |
| 2 $y'$ , якщо $y = \frac{1}{3} \ln \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x + 1}$ .                       | 2 $y'$ , якщо $y = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}$ . |
| 3 $y'$ , якщо $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .                                      | 3 $y'$ , якщо $\cos(x + y) = x^2 - y^2$ .                                                                                                      |
| 4 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ , якщо $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ . | 4 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ , якщо $\begin{cases} x = a(\sin t - t \cos t) \\ y = a(\cos t + t \sin t) \end{cases}$ .                               |
| 5 Скласти рівняння дотичної та нормалі до графіка функції $f(x) = \ln x$ при $x_0 = 1$ .     | 5 Написати рівняння дотичної до кривої $x = t \cos t$ ; $y = t \sin t$ в точці $t = \pi/4$ .                                                   |
| 6 Обчислити наближено з допомогою диференціалу: $\sqrt[4]{17}$ .                             | 6 В якій точці дотична до параболи $y = x^2 - 7x + 3$ паралельна до прямої $5x + y - 3 = 0$ ?                                                  |

### Додаток Б

#### Перелік теоретичних запитань, що виносяться на екзамен

22. Означення числової послідовності. Монотонні, обмежені послідовності. Границя послідовності. Геометричний зміст границі послідовності. Достатня ознака існування границі послідовності.
23. Границя функції в точці. Геометричний зміст. Односторонні границі.
24. Нескінченно великі і нескінченно малі функції: означення, зв'язок між ними. Основні властивості НМФ.
25. Властивості функцій, що мають границю: теорема про представлення функції, що має границю; про обмеженість функції; про єдиність границі.
26. Арифметичні операції над границями: сума, добуток, частка.
27. Граничний перехід в нерівності. Теорема про границю проміжної функції. Ознаки існування границі функції.
28. Перша визначна границя. Наслідки.
29. Друга визначна границя. Наслідки.
30. Порівняння НМФ. Теорема про перехід до еквівалентних НМФ в границях.
31. Таблиця еквівалентних. Теорема про необхідну та достатню умову еквівалентності НМФ.
32. Неперервність функції в точці. Одностороння неперервність. Теорема про неперервність основних елементарних функцій.
33. Теорема про арифметичні операції над неперервними функціями в точці.
34. Теорема про неперервність складеної функції. Теорема про неперервність елементарних функцій.
35. Точки розриву. Класифікація точок розриву. Приклади.
36. Основні властивості функції, неперервної на відрізку. Формулювання чотирьох теорем.
37. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної, її механічний, фізичний, геометричний зміст. Рівняння дотичної та нормалі.
38. Диференційованість функції. Теорема про неперервність диференційовної функції.

39. Правила обчислення похідних: теорема про похідну суми, добутку, частки двох диференційовних функцій.
40. Обчислення похідних основних елементарних функцій.
41. Теорема про похідну складеної функції. Похідні гіперболічних функцій.
42. Теорема про похідну оберненої функції. Похідні обернених тригонометричних функцій.
43. Похідна складеної функції. Похідні гіперболічних функцій.
44. Похідна неявно заданої функції. Логарифмічне диференціювання. Похідна показниково-степеневих функцій.
45. Диференціал функції. Зв'язок диференціалу з похідною. Геометричний зміст диференціалу. Застосування диференціалу до наближених обчислень. Правила обчислення диференціалу.
46. Інваріантність форми першого диференціала. Обчислення похідної параметрично заданої функції.
47. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Неінваріантність форми диференціалу порядку вище першого.
48. Обчислення похідних вищих порядків функції, заданої параметрично. Формула другої похідної.
49. Теорема Ферма. Теорема Ролля і її геометрична інтерпретація.
50. Теорема Коші. Теорема Лагранжа, її геометрична інтерпретація.
51. Правило Лопітала.
52. Умови сталості функції. Теорема про необхідні умови монотонності функції. Теорема про достатні умови монотонності функції. Критичні точки. Проміжки монотонності.
53. Точки локального екстремуму функції. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізку.
54. Максимуми і мінімуми. Необхідні умови екстремуму.
55. Достатні умови екстремуму, що встановлюються за допомогою першої і другої похідної.
56. Опуклість і вгнутість графіків функцій. Точки перегину. Теореми про достатню умову опуклості (вгнутості) функції та достатню умову існування точки перегину.
57. Теорема про неперервність складеної функції. Теорема про неперервність елементарних функцій.

## Додаток В

### Приклад завдань РР „Вступ до математичного аналізу”

1. Знайти границі:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^3 - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 3x})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-x^2)}{x(e^{3x} - 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x - 1}{4x + 3} \right)^{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{2x - 1}{x + 3} \right)^{2x - 4}$$

2. Дослідити функцію на неперервність. Схематично зобразити поведінку функції в околі точок розриву:

$$\text{а) } y = 5^{\frac{1}{x-1}} \quad \text{б) } y = \begin{cases} -x-1, \text{ при } x < 0 \\ x^2-1, \text{ при } 0 \leq x \leq 2 \\ 3, \text{ при } x > 2 \end{cases}$$

3. Для заданих величин  $\alpha(x) = \ln(1 + \sin^3 x)$  та  $\beta(x) = \sqrt{1+x^2} - 1$ :

- а) перевірити, що задані величини є нескінченно малими при  $x \rightarrow 0$ ;
- б) порівняти нескінченно малі  $\alpha(x)$  та  $\beta(x)$  при  $x \rightarrow 0$ ;
- в) знайти порядок малості нескінченно малої  $\alpha(x)$  відносно нескінченно малої  $\gamma(x) = x$  при  $x \rightarrow 0$ ;
- г) знайти порядок малості нескінченно малої  $\beta(x)$  відносно нескінченно малої  $\gamma(x) = x$  при  $x \rightarrow 0$ .

## Додаток Г

### Рейтингова система оцінки успішності студентів

Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів.

Семестровий рейтинг (50 балів) та екзаменаційний рейтинг (50 балів).

Лектор на першому та останньому занятті повідомляє студентів про план роботи в семестрі. Відео-пояснення плану роботи, розміщуються в GoogleClass.

1. **Семестровий рейтинг** (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує на **практичних заняттях, розподілення балів відбувається за баченням викладача з практики.**

Рекомендовані види робіт для оцінювання балами:

- *робота підчас заняття* (відповіді на заняттях, самостійні роботи, тести в Moodle або GoogleClass) для перевірки вміння студента застосувати теоретичні знання до розв'язування прикладних задач;
- *виконання модульної контрольної роботи*, яка може бути поділена на частини за основним розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами модульної контрольної роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).
- *виконання та захист розрахункової роботи*, яка може бути поділена на частини за основним розділами курсу (на думку викладача).

Студент повинен здати розрахункову роботу не пізніше ніж за тиждень до екзамену, щоб викладач зміг перевірити цю роботу і студент мав змогу її захистити. Якщо студент не виконує цю вимогу, то він до екзамену не допущений (оскільки не виконується одна з умов допуску до екзамену).

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 95% потрібної інформації);
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- «незадовільно» – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

## 2. Екзамен. Екзаменаційний рейтинг – 50 балів.

*Умови допуску до екзамену:* 60% оцінки за МКР, зарахована розрахункова робота, семестровий рейтинг не менше 30 балів, зараховні (виконані на 60%) всі роботи семестру.

Якщо студент отримав допуск до екзамену та протягом семестру виконав вчасно та на  $\geq 60\%$  завдання лекційного курсу: *конспект лекцій* (основні означення, теореми, властивості (без доведення)), *самостійні роботи*, то йому пропонується оцінка.

Якщо студент не погоджується із запропонованою оцінкою, або оцінка не виходить 60 балів, то він пише екзаменаційну роботу.

Екзаменаційна робота складається з 2 теоретичних запитань та 3 практичних завдань. Всі завдання оцінюються по 10 балів. *Екзамен відбувається усно в режимі відеозв'язку згідно з розкладом.* Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

– 10 балів – повна відповідь, теоретичне запитання з повним доведенням теорем та властивостей, практичне – з наведенням потрібних формул, повним поясненням, якщо потрібно малюнками (не менше 95% потрібної інформації);

– 8-9 балів – достатньо повна відповідь (не менше 80% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;

– 6-7 балів – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;

– 4-5 балів – більш неповна відповідь та значні помилки;

– 0-3 балів – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

Бали набрані на екзамені, додаються до балів стартового рейтингу і, згідно приведеної таблиці, виставляється підсумкова оцінка.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

| <i>Кількість балів</i>    | <i>Оцінка</i> |
|---------------------------|---------------|
| 100-95                    | Відмінно      |
| 94-85                     | Дуже добре    |
| 84-75                     | Добре         |
| 74-65                     | Задовільно    |
| 64-60                     | Достатньо     |
| Менше 60                  | Незадовільно  |
| Не виконані умови допуску | Не допущено   |